SEMESTRAL

UNI

academiacesarvallejo.edu.pe





SEMESTRAL

UNI





Álgebra

Tema: Gráfica de funciones I

Docente: José Luis Vásquez Carhuamaca

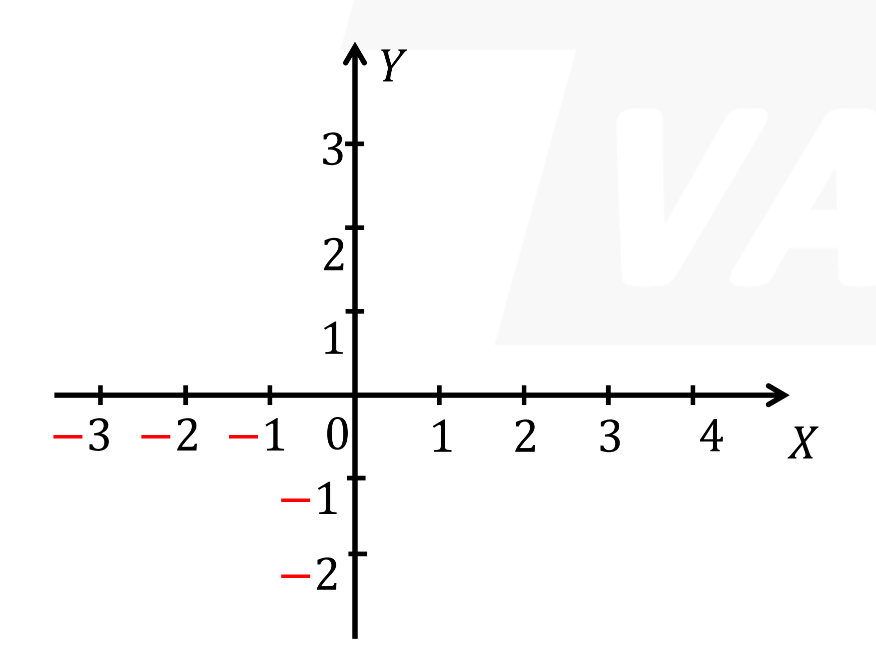
GRÁFICA DE FUNCIONES

La gráfica de una función f es la representación de todos sus pares ordenados (x, y) de la función en el plano cartesiano.

$$Graf\ (f) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x \in \mathrm{Dom}f\ \wedge\ y = f(x)\}$$

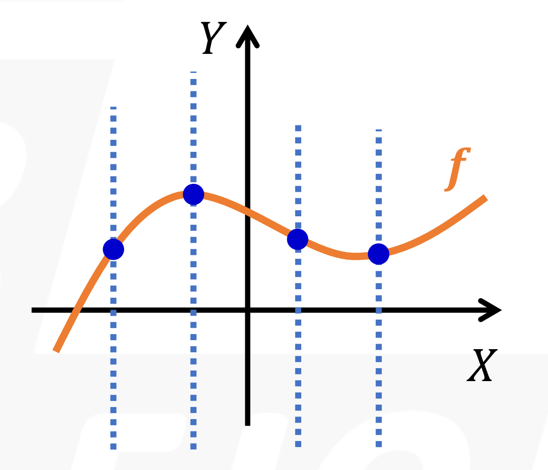
Ejemplo

Grafique $f = \{(3; 2); (4; -1); (-3; -2); (-3; 1)\}$

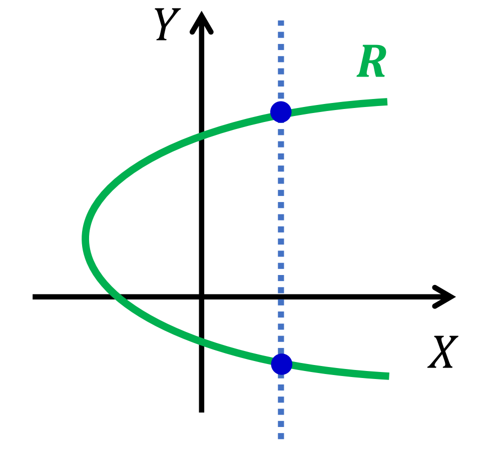


Propiedad

Una gráfica corresponde a una función, si al trazarle rectas verticales, estas la intersecan a lo más en un solo punto.



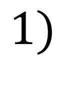
La gráfica de f sí corresponde a una función.

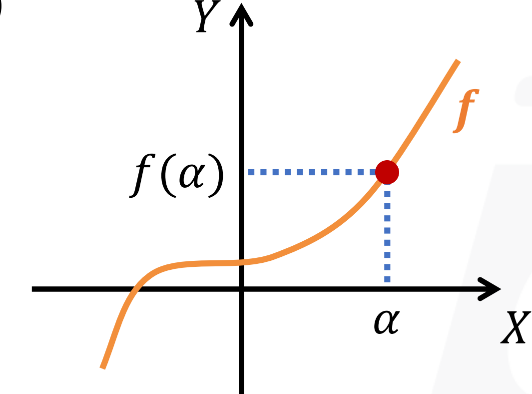


La gráfica de R no corresponde a una función.

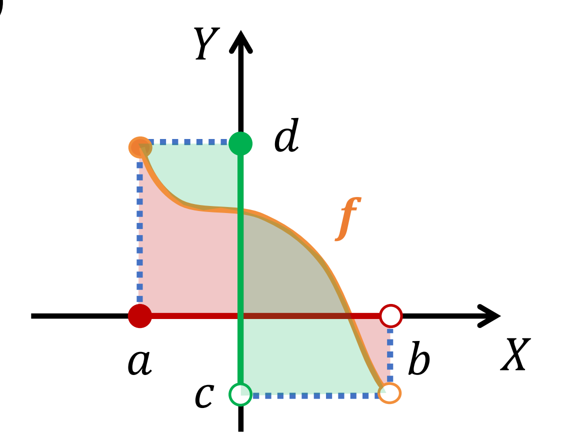


Observación





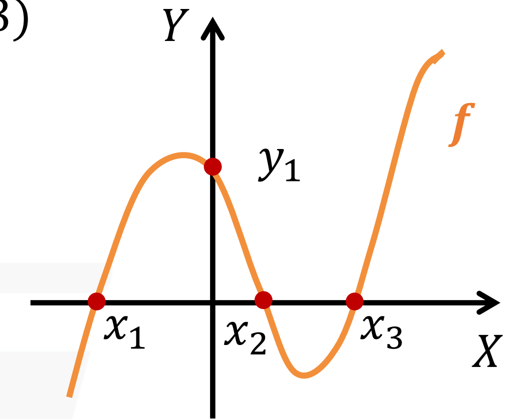
2)



Dom $f \ = [a; b\rangle$

Ran $f \ = \langle c; d]$





Corte con el eje *Y*

$$y_1 = f(0)$$

Corte con el eje *X*

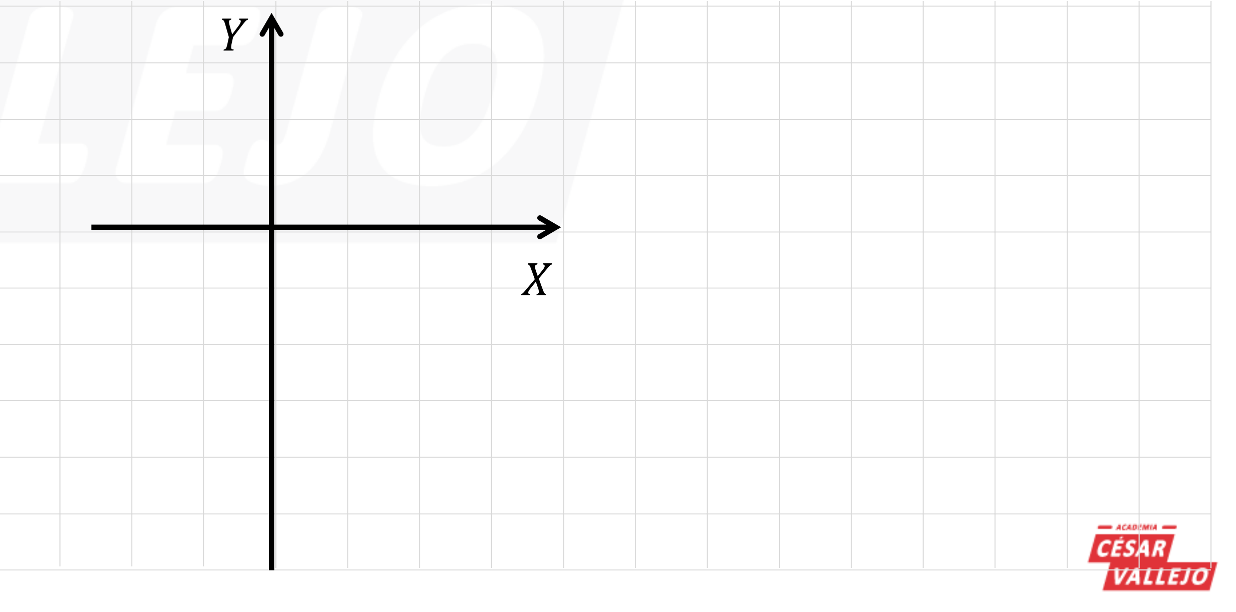
$$f(x) = 0$$

su CS $= \{x_1; x_2; x_3\}$

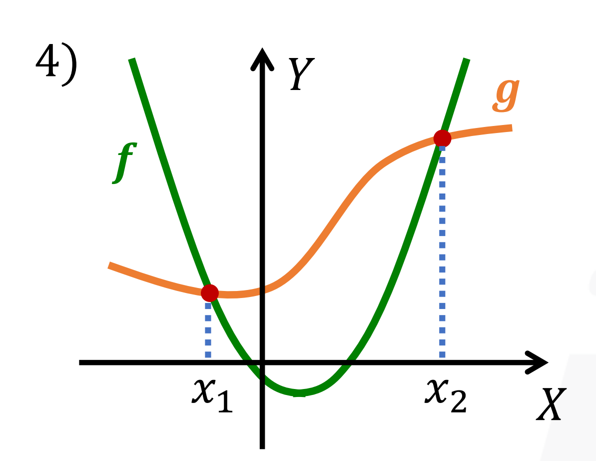
Ejercicio

Grafique $f(x) = x^2 - 2x - 8$

Resolución



4)



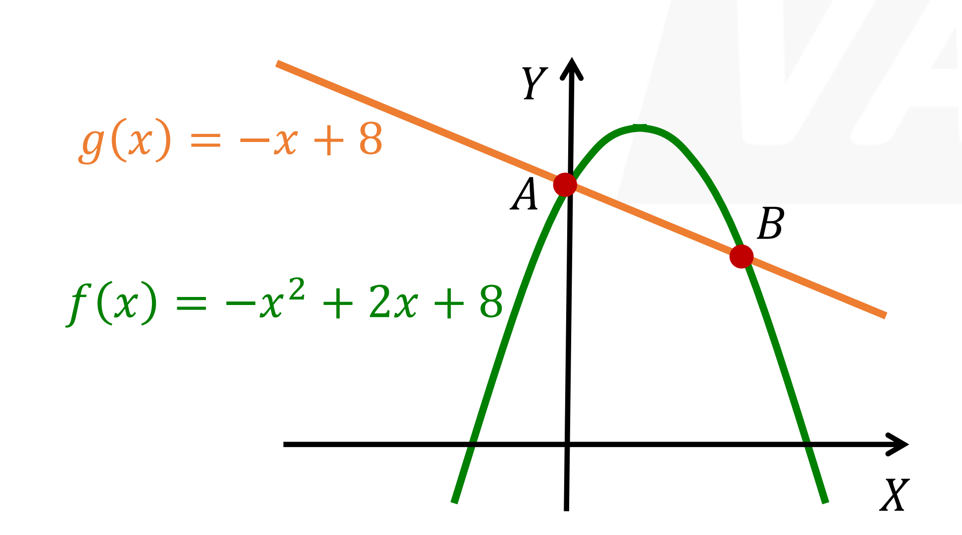
Corte entre f y g

$$f(x) = g(x)$$

su CS $= \{x_1; x_2\}$

Ejercicio

Halle los puntos de intersección (puntos en común A y B) entre las gráficas de f y g.



Resolución

FUNCIÓN CONSTANTE

Regla de correspondencia:

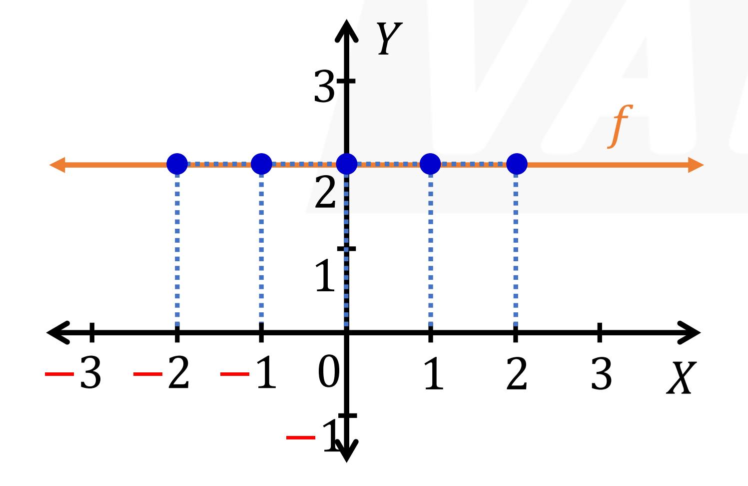
$f(x) = k$ k es una constante

- $\text{Dom}f = \mathbb{R}$ (si no es dato)   • $\text{Ran}f = \{k\}$
- Su gráfica es una recta paralela al eje X

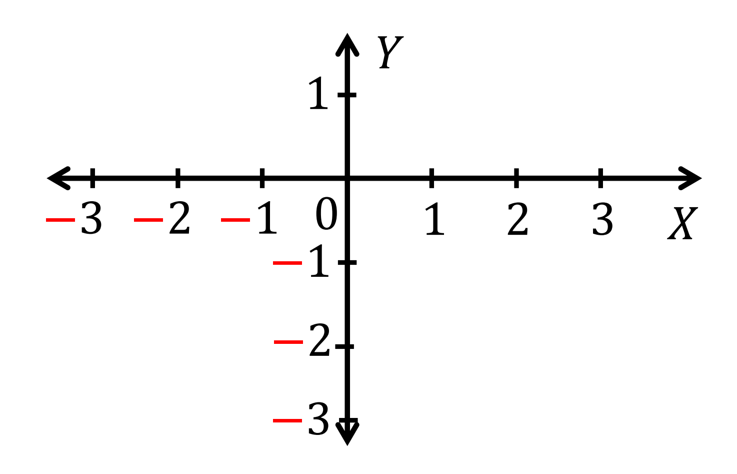
Ejemplos

- Grafique $f(x) = 2$

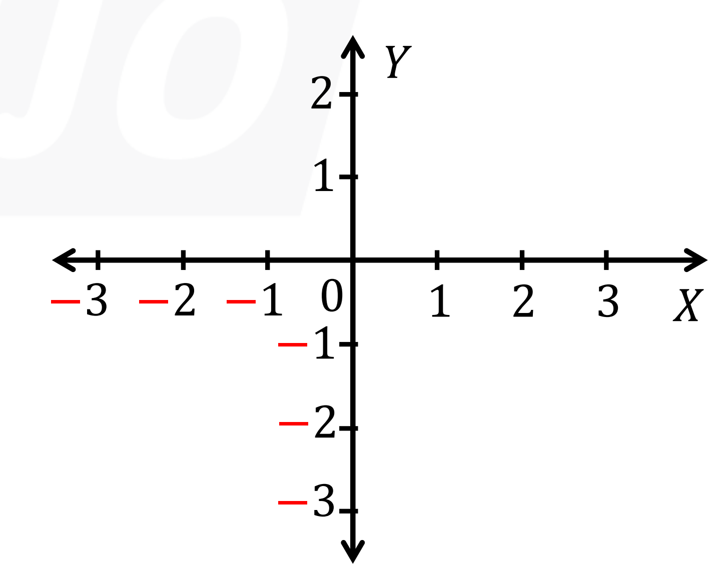
x	$f(x)$
0	2
1	2
2	2
−1	2
−2	2



- Grafique $f(x) = -2, \quad x \in [-2; 3\rangle$



- Grafique $f(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 2 \\ -2, & x < 1 \end{cases}$





FUNCIÓN LINEAL

Regla de correspondencia:

$$f(x) = ax + b \qquad a \neq 0$$

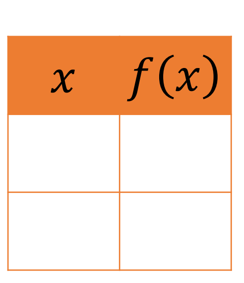
- $\text{Dom}f = \mathbb{R}$ (si no es dato)
- $\text{Ran}f = \mathbb{R}$
- Su gráfica es una recta no paralela a los ejes.
- Solo se necesita **dos puntos** para trazar una **recta**

Ejemplo

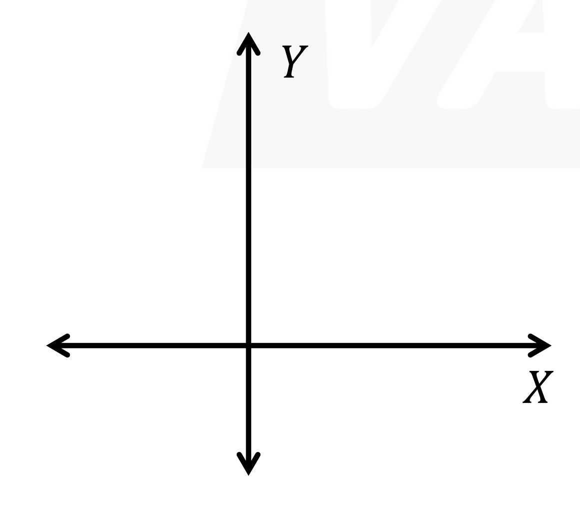
- Grafique $f(x) = -2x + 6$

Resolución:

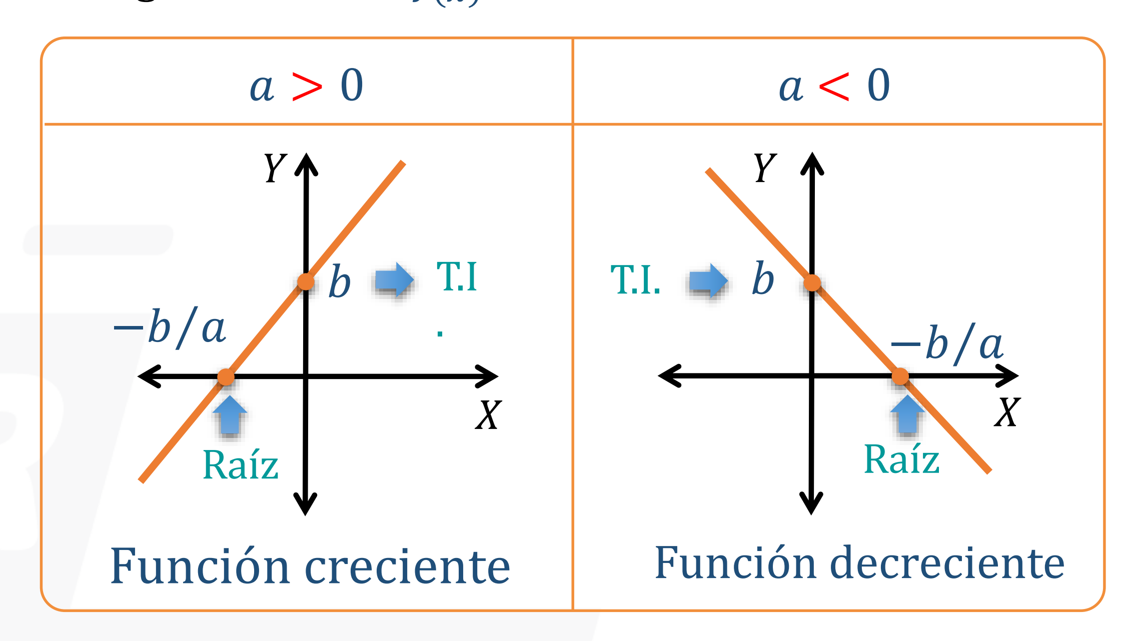
Tabulando



x	$f(x)$



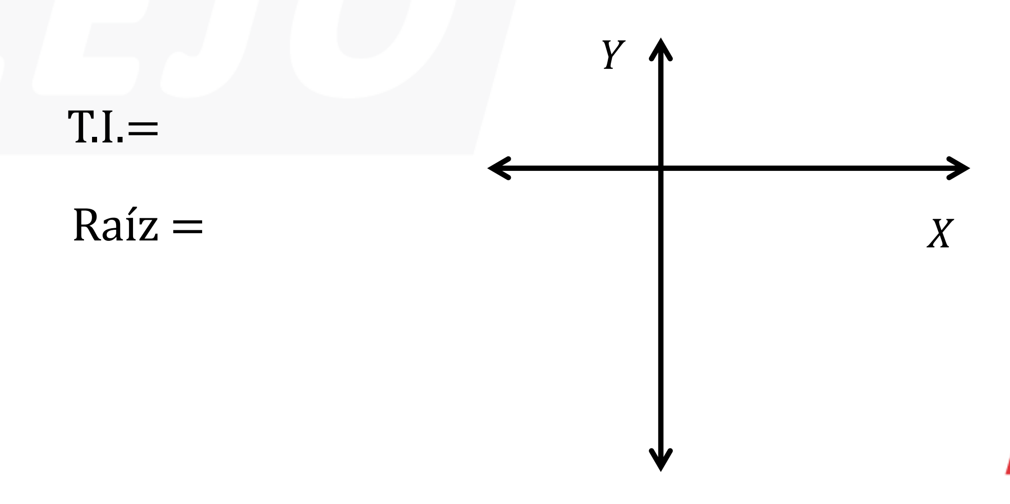
En general: Sea $f_{(x)} = ax + b;\ \ a \neq 0$



- Grafique $f_{(x)} = 2x - 4$

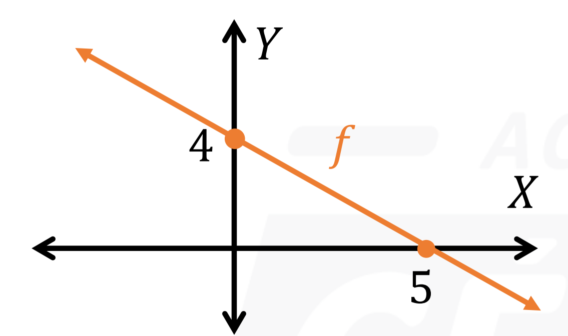
T.I.=

Raíz =



Ejercicio

Determine $f(x)$ cuya gráfica es la siguiente

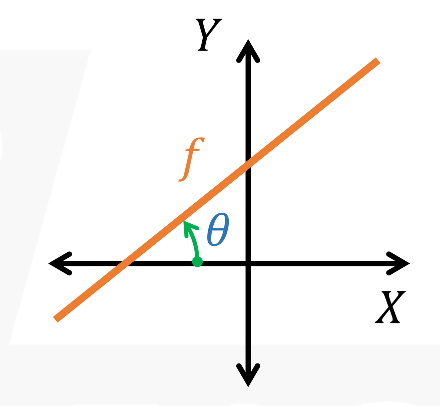


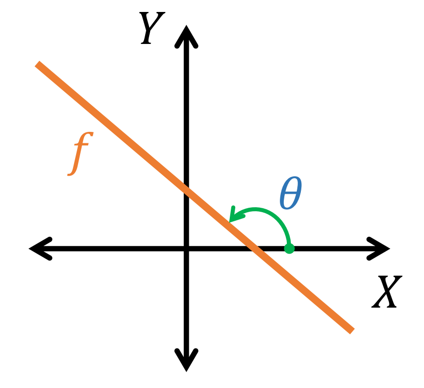
Resolución:

Pendiente de la recta

Es la tangente del ángulo trigonométrico positivo formado por el eje X y la recta.

Sea $f_{(x)} = mx + b;\quad m \neq 0$





Pendiente $= tan\ \theta$ $\rightarrow$ $m = tan\ \theta$

Observación :

Dos **rectas** son **perpendiculares**, si y solo si el **producto de sus pendientes es -1**



FUNCIÓN CUADRÁTICA

Regla de correspondencia:

$$f(x) = ax^2 + bx + c \qquad a \neq 0$$

- $\text{Dom}f = \mathbb{R}$ (si no es dato)
- $\text{Ran}f \subset \mathbb{R}$
- Su gráfica es una parábola vertical.
- Para graficarlo es conveniente conocer las coordenadas de su vértice, para ello en $f(x)$ completemos cuadrados y se obtiene

$$f_{(x)} = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a}$$

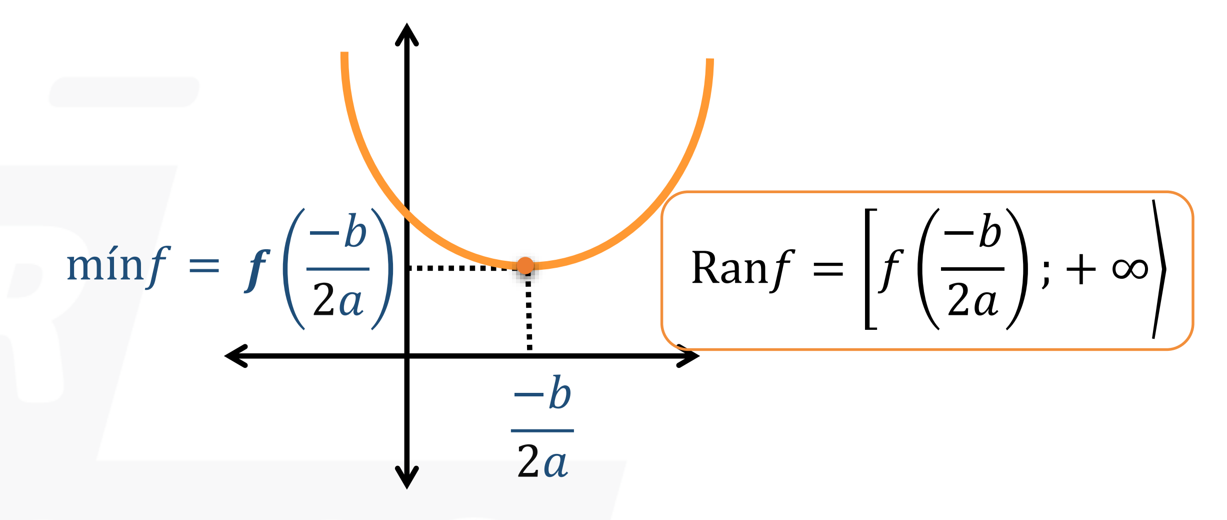
vértice: $$V = \left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right) = \left(-\frac{b}{2a}; f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$$

equivalente $$V = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}; f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)\right)$$

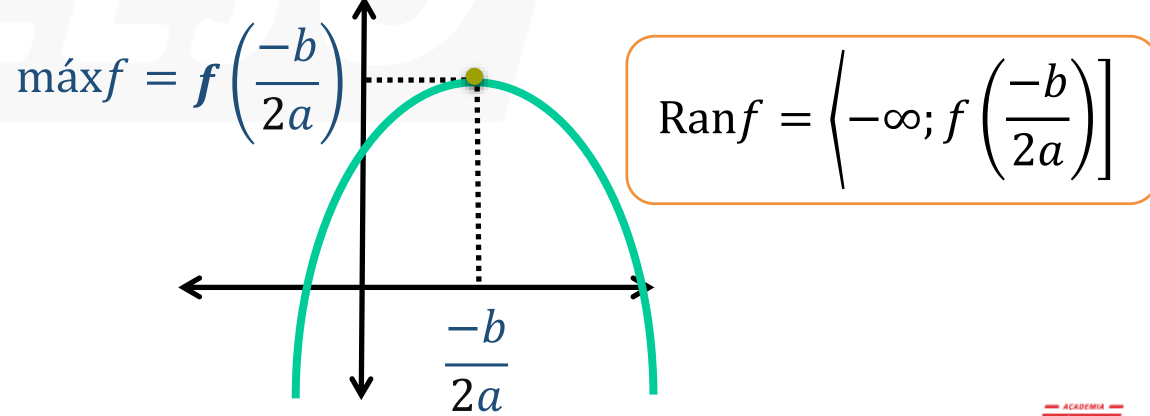
donde x_1 y x_2 son las raíces de $f(x)$

Grafiquemos considerando dos casos:

I) $a > 0$ Parábola cóncava hacia arriba



II) $a < 0$ Parábola cóncava hacia abajo





Ejercicio

Grafique $f(x) = x^2 - 4x - 5$

Resolución:

Ejercicio

Halle los rangos de las siguientes funciones:

$f(x) = x^2 - 2x - 5$, $g(x) = -x^2 + 3x - 1$

Resolución:



Propiedades:

Sea $f_{(x)} = ax^2 + bx + c \; ; \; a \neq 0$

$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
Las raíces son reales diferentes	Las raíces son reales e iguales	Las raíces no son reales
$a > 0$ X x_1 x_2	$a > 0$ X $x_1 = x_2$	$a > 0$ X
x_1 x_2 X $a < 0$	$x_1 = x_2$ X $a < 0$	X $a < 0$

Ejercicio

Según el gráfico de

$$f_{(x)} = x^2 - 4x - m + 10$$

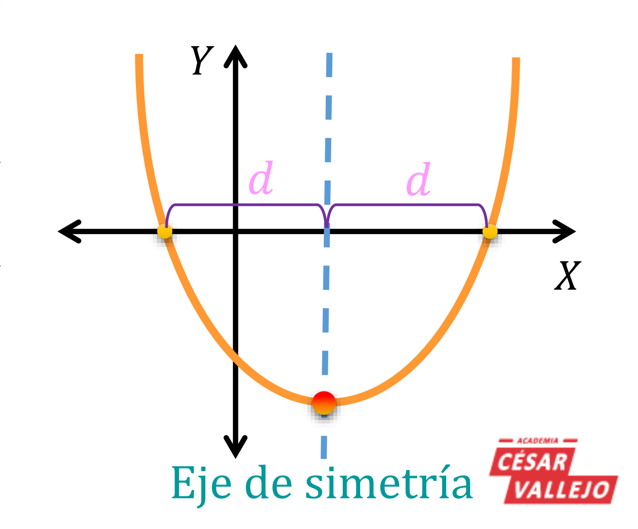
Halle la variación de m.

Y X

Resolución:

Observación

Si trazamos una recta vertical que pasa por el vértice, esta divide a la parábola en partes **simétricas**.

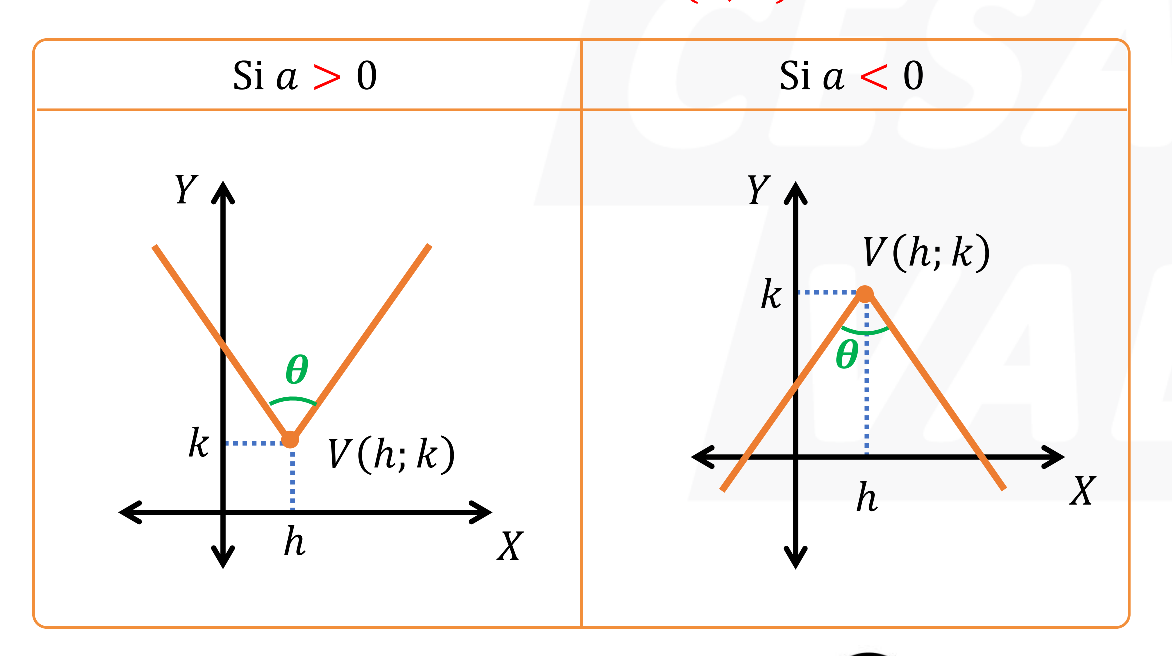


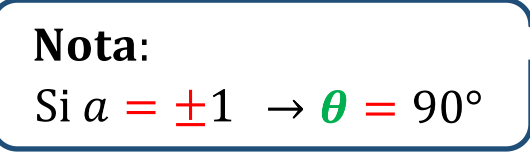
FUNCIÓN VALOR ABSOLUTO

Regla de correspondencia:

$$f(x) = a|x - h| + k \qquad a \neq 0$$

- $\text{Dom} f = \mathbb{R}$ (si no es dato)
- $\text{Ran} f \subset \mathbb{R}$
- Su gráfica tiene la forma de una uve cuyo vértice esta ubicada en $V = (h; k)$





Ejercicio

Grafique $f(x) = -3|x - 1| + 6$

Resolución:

ACADEMIA
CÉSAR VALLEJO

GRACIAS







academiacesarvallejo.edu.pe